



**DECSAI**

**Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.**

Universidad de Granada



**ECLiPSE<sup>e</sup>**

**CLP - Constraint Logic Programming**

**ECLiPSE<sup>e</sup>**



Herramienta open-source de CLP [Constraint Logic Programming]  
útil para modelar problemas de satisfacción de restricciones:

<http://www.eclipse-clp.org>

**Historia**

1991 – European Computer-Industry Research Centre (ECRC), Munich

1999 – Parc Technologies (spin-off del Imperial College, Londres)

2001 – Biblioteca ic (propagación de restricciones)

2004 – Adquisición de Parc Technologies por parte de Cisco Systems





## ■ PROLOG

- Elementos del lenguaje
- Búsqueda en PROLOG: Backtracking
- Satisfacción de restricciones en PROLOG

## ■ ECLiPS<sup>e</sup>

- Satisfacción de restricciones en ECLiPS<sup>e</sup>
- Elementos del lenguaje: arrays e iteradores.
- La biblioteca suspend
- Las bibliotecas sd & ic
- Estrategias de búsqueda



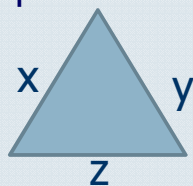
# PROLOG Satisfacción de restricciones



Los problemas de satisfacción de restricciones pueden representarse mediante programas lógicos:

### Problema

- Desigualdad triangular: La suma de las longitudes de cualesquiera 2 lados no es menor que la del tercero.



### PSR

- Variables: X,Y,Z
- Dominios: [0,inf)
- Restricciones
  - $X+Y \geq Z$
  - $X+Z \geq Y$
  - $Y+Z \geq X$



# PROLOG Satisfacción de restricciones

Los problemas de satisfacción de restricciones pueden representarse mediante programas lógicos:

## PSR

- Variables:  $X, Y, Z$
- Dominios:  $[0, \text{inf})$
- Restricciones
  - $X + Y \geq Z$
  - $X + Z \geq Y$
  - $Y + Z \geq X$

## Programa Lógico

- `triangular(X,Y,Z)`  
:-  
   $X > 0$  AND  $Y > 0$  AND  $Z > 0$   
  AND  
   $X + Y \geq Z$  AND  $X + Z \geq Y$  AND  $Y + Z \geq X$



# PROLOG Satisfacción de restricciones

Un programa lógico puede interpretarse como una base de conocimiento (hechos y reglas) sobre la que se realizan consultas

El programa lógico termina con

- Una respuesta "Sí"/"No" en función de si se puede deducir la consulta de la base de conocimiento.
- Una sustitución de variables que la hace cierta.

## Programa Lógico

- `triangular(X,Y,Z):-`  
   $X > 0$  AND  $Y > 0$  AND  $Z > 0$  AND  $X + Y \geq Z$   
  AND  $X + Z \geq Y$  AND  $Y + Z \geq X$

## Consulta

- `triangular(3,4,5)?`  
  Respuesta: Sí
- `triangular(8,1,2)?`  
  Respuesta: No
- `triangular(3,4,Z)?`  
  Respuesta:  $Z = [1..7]$



# PROLOG



## Ejemplo

REGLAS  $\text{ancestro}(X,Y) :- \text{padre}(X,Y).$   
 $\text{ancestro}(X,Y) :- \text{padre}(Z,Y), \text{ancestro}(X,Z).$

HECHOS  $\text{padre}(\text{abe}, \text{homer}).$   
 $\text{padre}(\text{abe}, \text{herbert}).$   
 $\text{padre}(\text{homer}, \text{bart}).$   
 $\text{padre}(\text{marge}, \text{bart}).$

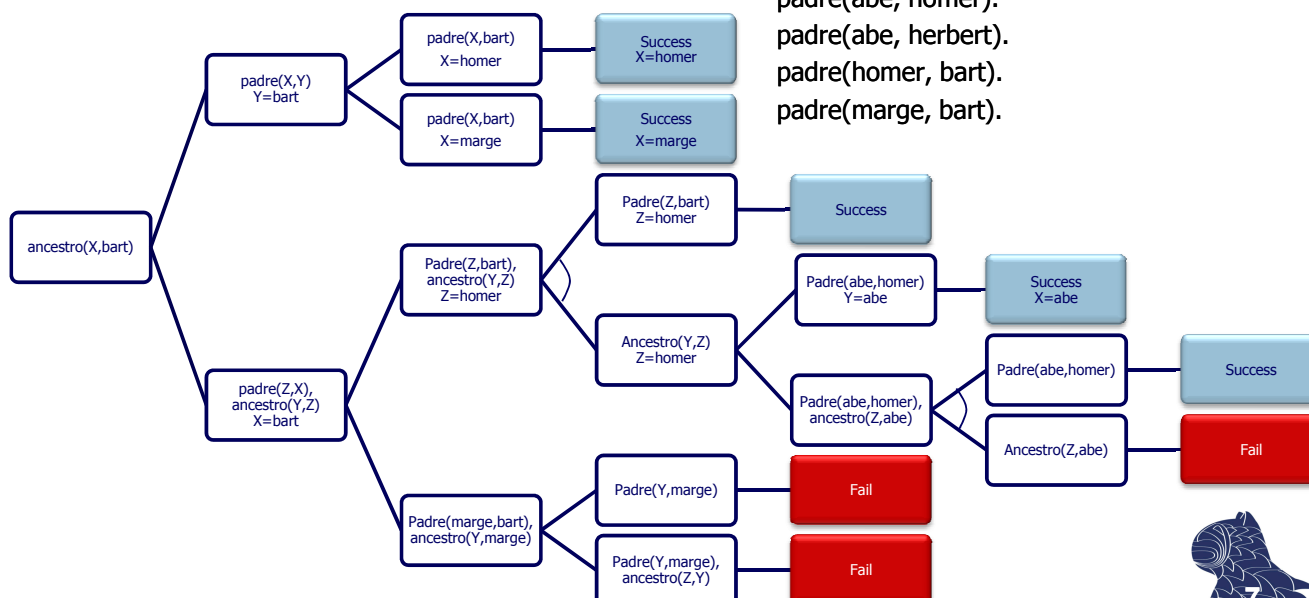


# PROLOG



**Consulta**  $\text{ancestro}(X,\text{bart}).$

$\text{ancestro}(X,Y) :- \text{padre}(X,Y).$   
 $\text{ancestro}(X,Y) :- \text{padre}(Z,Y), \text{ancestro}(X,Z).$   
 $\text{padre}(\text{abe}, \text{homer}).$   
 $\text{padre}(\text{abe}, \text{herbert}).$   
 $\text{padre}(\text{homer}, \text{bart}).$   
 $\text{padre}(\text{marge}, \text{bart}).$



# PROLOG - Aritmética



Operadores predefinidos para aritmética básica:

$+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $\text{div}$ ,  $\text{mod}$ ,  $^$ ,  $-$  (unario),  $\text{abs}$

- Si no se especifica lo contrario, los operadores son como cualquier otra relación (predicado)

$X = 1+2.$

Respuesta:  $X=1+2$  % X unificado al término  $+(1,2)$

- El operador "is" fuerza la evaluación de expresiones aritméticas:  
**A is B** evalúa B a un número y unifica el resultado con A.

$X \text{ is } 1+2.$

Respuesta:  $X = 3$

- Los operadores de comparación fuerzan también la evaluación

$145 * 34 > 100.$

Respuesta: Yes.



# PROLOG - Comparación



## Operadores

**= vs. ==**

$X > Y$	X es mayor que Y
$X < Y$	X es menor que Y
$X >= Y$	X es mayor o igual que Y
$X <= Y$	X es menor o igual que Y
$X == Y$	Los valores de X e Y son iguales
$X \neq Y$	Los valores de X e Y no son iguales

$1 + 2 == 2 + 1.$   
> Yes

$1 + 2 = 2 + 1.$   
> No

$1 + A = B + 2.$   
>  $A = 2$   
>  $B = 1$

$1+A == B+2.$   
> Error (variables no instanciadas)

- X=Y**  
causa la unificación de X e Y (y puede que la instanciación de variables)

- X == Y**  
causa una evaluación aritmética de X e Y (pero no puede dar lugar a instanciación de variables)

$X \text{ is } Y + 1$   
> Error (variable no instanciada)

$Y=0, X \text{ is } Y + 1.$   
>  $X = 1$

$X = 0, X \text{ is } X + 1$   
> No.  
No se puede unificar X con  $X + 1.$

$X = 0, X1 \text{ is } X + 1.$   
> Yes.  $X = 0, X1 = 1.$



# PROLOG - Listas



[a, [1,2,3],tom, 1995, fecha(1,mayo,1995)]

- Lista vacía: []
- Lista = [Cabeza | Cola]
  - Cabeza: primer elemento de la lista.
  - Cola: Una lista formada por el resto de la lista.

[X|Y] = [a,b,c]  
> X=a, Y=[b,c]

Representan a la misma lista:

[a,b,c] = [a| [b,c]] = [a, b |[c]] = [a,b,c | []]



# PROLOG - Listas



## Ejemplos

- Miembro de una lista  
member(X, [X|Tail]).  
member(X, [Head | Tail]) :- member(X,Tail).
- Concatenación de listas  
append([],L,L).  
append([X|L1], L2, [X|Result]) :- append(L1,L2,Result).





## Ejemplos de uso

**append( [a,b,c], [1,2,3], L).**

> L = [a,b,c,1,2,3]

**append( L1, L2, [a,b,c] ).**

> L1 = [], L2 = [a,b,c];

> L1 = [a], L2 = [b,c];

> L1 = [a,b], L2 = [c];

> L1 = [a,b,c], L2 = [];

> no

**append( Before, [4 | After], [1,2,3,4,5,6,7]).**

> Before = [1,2,3], After = [5,6,7]

**append( \_, [Pred, 4, Succ | \_], [1,2,3,4,5,6,7]).**

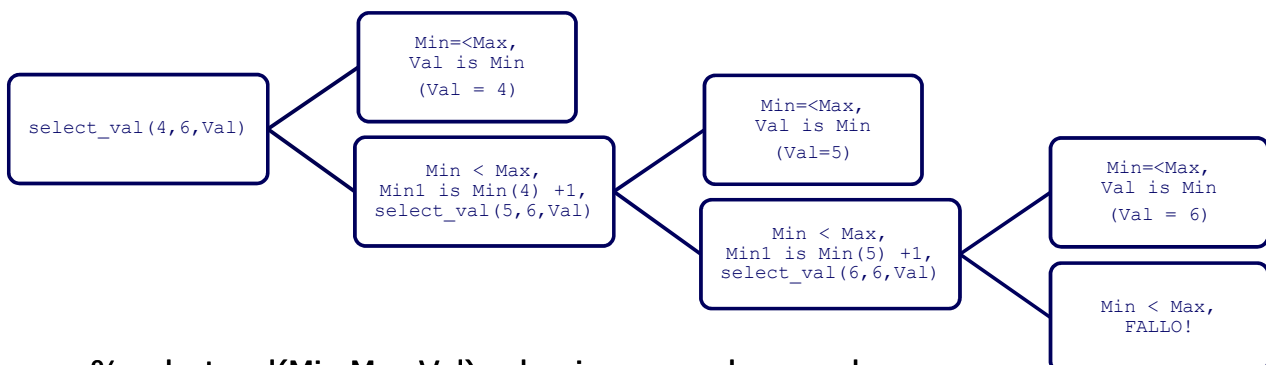
> Pred = 3, Succ = 5



## PROLOG Ejemplos



Selección de valores dentro de un rango definido:



% select\_val(Min,Max,Val) selecciona un valor para la  
% variable Val en el rango [Min,Max], ambos incluidos

select\_val(Min,Max,Val) :- Min =< Max, Val is Min.

select\_val(Min,Max,Val) :-

Min < Max, Min1 is Min + 1,  
select\_val(Min1,Max,Val).



# PROLOG Satisfacción de restricciones

Esquema para la resolución de problemas de satisfacción de restricciones en PROLOG:

**solución(Lista) :-**

**declaraciónDominios(Lista),**

**búsquedaAsignación(Lista),**

**comprobaciónRestricciones(Lista).**

1. Asignar valores, dentro de sus dominios, a cada una de las variables de nuestro problema.
2. Comprobar si las asignaciones verifican todas las restricciones de nuestro problema.
3. Si no es así y quedan más valores, volver a 1.



# PROLOG Satisfacción de restricciones

## Ejemplo

- Variables: X,Y
- Dominios: [1..4]
- Restricciones:  $X < Y$ ,  $Y > 3$ ,  $X \neq 2$

% Con select\_val

csp0(X,Y) :-

select\_val(1,4,X),

select\_val(1,4,Y),

$X < Y$ ,

$Y > 3$ ,

$X \neq 2$ .

% Con listas PROLOG

csp0(X,Y) :-

member(X, [1,2,3,4]),

member(X, [1,2,3,4]),

$X < Y$ ,

$Y > 3$ ,

$X \neq 2$ .





# PROLOG Satisfacción de restricciones

## Ejemplo

`csp0(X,Y) :-`

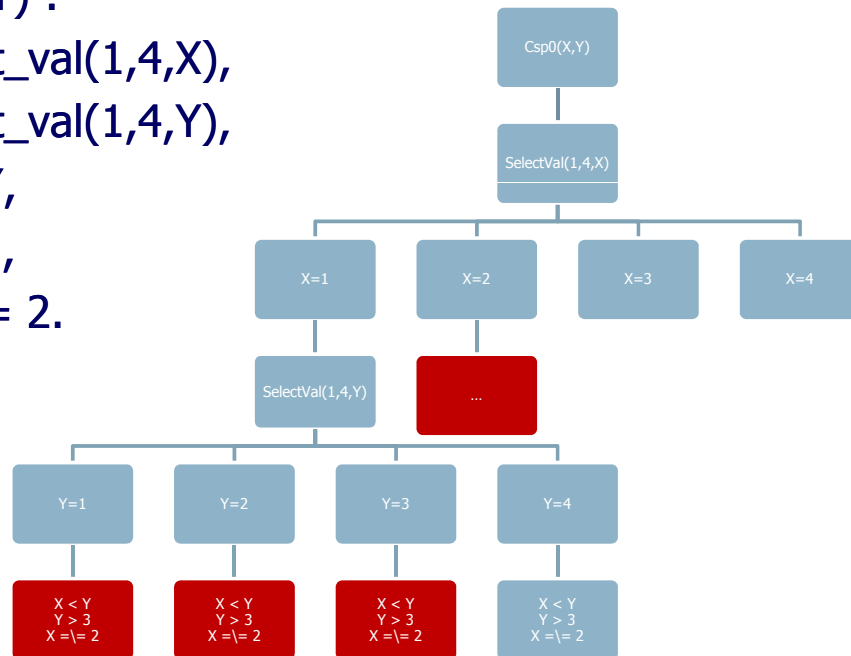
`select_val(1,4,X),`

`select_val(1,4,Y),`

`X < Y,`

`Y > 3,`

`X \= 2.`



# PROLOG Satisfacción de restricciones

**solución(Lista) :-**

**declaraciónDominios(Lista),**

**búsquedaAsignación(Lista),**

**comprobaciónRestricciones(Lista).**

## Inconvenientes

- **Ineficiencia:** Las variables en las restricciones tienen que estar instanciadas para poder evaluarse.
- **Dificultad:** Definición de heurísticas para la selección de variables y valores, mecanismos de propagación de restricciones...



Esquema para la resolución de problemas de satisfacción de restricciones en ECLiPSe<sup>e</sup>:

**`:-lib(<biblioteca>).`**

**solución(Lista) :-**

**declaraciónDominios(Lista),**

**especificaciónRestricciones(Lista),**

**búsqueda(Lista).**



## Biblioteca suspend

PROLOG: **`Y=3, 2 < Y + 1.`**

Yes

**`2 < Y + 1, Y=3.`**

Abort. Instantiation fault.

ECLiPSe: **`suspend:(2<Y+1), Y=3.`**

Yes

- La comprobación de los objetivos anotados son se retrasa hasta que sus variables están instanciadas.
- Cambio en el control de la ejecución del programa: Ahora se selecciona el objetivo más a la izquierda que no sea una expresión aritmética no instanciada.





## Restricciones definidas en la biblioteca suspend

- Declaración de rangos de variables

Var :: <rango>

Var \$:: <rango> (reales)

Var #:: <rango> (enteros) X::1..9

Lista :: <rango> [X,Y,Z]::1..9

- Operadores booleanos:

X **or** Y % Disyunción booleana

X **and** Y % Conjunción booleana

**neg**(X) % Negación booleana

X=**=>**Y % Implicación booleana



## Restricciones definidas en la biblioteca suspend

- Operadores de comparación

Prolog		suspend (reales)	suspend (enteros)
X > Y	X es mayor que Y	X \$> Y	X #> Y
X < Y	X es menor que Y	X \$< Y	X #< Y
X >= Y	X es mayor o igual que Y	X \$>= Y	X #>= Y
X <= Y	X es menor o igual que Y	X \$<= Y	X #<= Y
X =:= Y	Los valores de X e Y son iguales	X \$= Y	X #= Y
X =\= Y	Los valores de X e Y no son iguales	X \$\= Y	X #\= Y



# ECLiPSe Ejemplo: Coloreado de mapas

**`:- lib(suspend).`**

coloreado(Vars) :-

**% Declaración de variables y dominios**

Vars = [WA,NT,Q,NSW,V,SA,T],

Vars :: 1..3,

**% Especificación de restricciones**

SA  $\neq$  WA, SA  $\neq$  NT, SA  $\neq$  NSW, SA  $\neq$  V,

WA  $\neq$  NT,

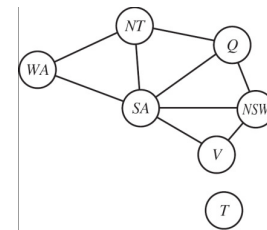
NT  $\neq$  Q,

Q  $\neq$  NSW,

NSW  $\neq$  V,

**% Búsqueda (ciega)**

**(foreach(Var, Vars) do  
select\_val(1,3,Var)).**



select\_val(Min,Max,Val) :- Min =< Max, Val is Min.

select\_val(Min,Max,Val) :- Min < Max, Min1 is Min +1, select\_val(Min1,Max,Val).



## ECLiPSe – Iteradores

- En Prolog, la única forma de expresar iteración es mediante recursividad.
- ECLiPSe proporciona estructuras iterativas con **do**:  
**( <EstructuraIterativa> do <Objetivos> )**

### Ejemplos

- Elementos de una lista:

```
write_list(List) :-
```

```
  write("Lista: "), ( foreach(X,List) do write(X) ).
```

- Rango de números:

```
write_numbers(N) :-
```

```
  write("Números: "), ( for(I,1,N) do write(I) ).
```



# ECLiPSe – Iteradores y arrays



ECLiPSe permite el uso de arrays con el functor [] :

A1 = [(1,2,3)]

A2 = [(\_, apple, orange, \_)]

Matriz = [( [(1,2,3), [(4,5,6)]]

?- **M = [( [(2, 3, 5), [(1, 4, 7)]]**, **X is M[1,2] + M[2,3]**.

X = 10

?- **dim(M, [2, 3])**.

M = [( [(\_, \_, \_), [(\_, \_, \_)]]

?- **dim(M4, [3, 4, 2, 1])**.

M4 = ...

?- **M = [( [(1, 2, 3), [(4, 5, 6)]]**, **dim(M, Dim)**.

Dim = [2, 3]



# ECLiPSe – Iteradores y arrays



Acceso a submatrices

?- **Matrix = [( [(1,2,3), [(4,5,6), [(7,8,9)]]**,

**Row2 is Matrix[2,1..3]**,

**SubRow2 is Matrix[2,2..3]**,

**Column1 is Matrix[1..3,1]**.

Row2 = [4, 5, 6]

SubRow2 = [5, 6]

Column1 = [1, 4, 7]

Uso de iteradores con arrays:

write\_array(A) :- dim(A,[5]), ( **foreachelem**(El, A) **do** write(El)).

write\_array(A) :- dim(A,[5]), ( **for**(I,1,5), **param**(A) **do**

write(A[I])

).



# ECLiPSe Ejemplo: Coloreado de mapas

## colorea(Regiones) :-

```
regiones(Count),
dim(Regiones,[Count]),
(multifor ([I,J],1,Count),
param(Regiones)
do % if-then-else
  (vecino(I,J) ->
    Regiones[I]  $\neq$  Regiones[J]
  ;
  true
  ) ),
colores(NumColors),
(foreacharg(R,Regiones),
param(NumColors) do
  select_val(1,NumColors,R)).
```

```
% Configuración
% Mapa particular
```

```
regiones(7).
colores(3).
vecino(1,2).
vecino(1,3).
vecino(2,3).
vecino(2,4).
vecino(4,3).
vecino(4,5).
vecino(5,3).
vecino(5,6).
vecino(6,3).
```



# ECLiPSe Propagación de restricciones

- La biblioteca **suspend** sólo tiene en cuenta las restricciones de forma pasiva: difiere su comprobación hasta el momento en que se instancian las variables.
- ECLiPSe también incluye bibliotecas en las que se incorpora un mecanismo de propagación de restricciones (**sd** para restricciones sobre valores simbólicos e **ic** para restricciones sobre valores intervalares, como enteros o reales):
  - Cada vez que una variable X se instancia a algún valor, se revisan automáticamente los dominios de las variables Y que estén relacionadas con X
  - ECLiPSe aplica nodo-consistencia y arco-consistencia, AC-3, en cada etapa de asignación de variables.





## Biblioteca sd

[symbolic domains]

Restricciones sobre valores simbólicos

(internamente representados como enteros)

- Declaración de variables           **&::**
- Restricciones                       **&=    &\=**
  
- `get_domain_as_list(X,Dom)` devuelve en Dom la lista de valores del dominio asociado a X.
- `indomain(X)` instancia X a un valor de su dominio.



## Ejemplo

**`:-lib(sd).`**

`csp(List):-`

`List=[X,Y,Z,U],`

`X&::[a,b,c],`

`Y&::[a,b,d],`

`Z&::[a,b],`

`U&::[b],`

`X&=Y,`

`Y&\=Z,`

`Z&\=U,`

`(foreach(V,List) do`

`get_domain_as_list(V,D)`

`writeln(D)).`



# ECLiPSe Ejemplo: Coloreado de mapas

**`:- lib(sd).`**

coloreado(Vars) :-

**`% Variables y dominios`**

`Vars = [WA,NT,Q,NSW,V,SA,T],`  
`Nombres=["WA","NT","Q","NSW",`  
`"V","SA","T"],`

`Vars &:: [rojo, verde, azul],`

**`% Especificación de restricciones`**

`SA &\= WA,`

`SA &\= NT,`

`SA &\= NSW,`

`SA &\= V,`

`WA &\= NT,`

`NT &\= Q,`

`Q &\= NSW,`

`NSW &\= V,`



**`% Propagación de restricciones`**

`writealldomains(Vars,Nombres),`

**`indomain(SA),`**

`writealldomains(Vars,Nombres),`

**`indomain(NSW),`**

`writealldomains(Vars,Nombres).`

`writealldomains(List,Nombres):-`

`writeln("===="),`

`(foreach(L,List),foreach(N,Nombres) do`

`write(N),write(" "),`

`writedomain(L)).`

`writedomain(X):-`

`get_domain_as_list(X,Dom),`

`writeln(Dom).`



30

# ECLiPSe Ejemplo: Coloreado de mapas

**`:- lib(sd).`**

coloreado(Vars) :-

**`% Variables y dominios`**

`Vars = [WA,NT,Q,NSW,V,SA,T],`  
`Nombres=["WA","NT","Q","NSW",`  
`"V","SA","T"],`

`Vars &:: [rojo, verde, azul],`

**`% Especificación de restricciones`**

`SA &\= WA,`

`SA &\= NT,`

`SA &\= NSW,`

`SA &\= V,`

`WA &\= NT,`

`NT &\= Q,`

`Q &\= NSW,`

`NSW &\= V,`

**`% Búsqueda de soluciones`**

**`(foreach(V,Vars) do indomain(V)).`**



NOTA:

El dominio de las variables cambia (se va reduciendo) cada vez que se hace una llamada a **`indomain(X)`**.



31





## Biblioteca ic

[interval constraints]

Dominios discretos finitos o infinitos

(booleanos, enteros, reales y restricciones "reificadas").

- Las restricciones en **ic** utilizan la misma sintaxis que en **suspend** (# para enteros, \$ para reales).

- Declaración de dominios:

$X::[1..13]$

$X::[3,4,5,7]$

$X::[1..3,5,7..9]$

Una variable con dominio sin especificar:  $[-1.0\text{inf} .. 1.0\text{inf}]$ .



## Ejemplo

% Restricciones booleanas

**ic:(X or Y), X = 0.**

Resultado: X=0, Y=1.

% Restricciones lineales

**[X,Y]::[1..4], X/2 - Y/2 # = 1.**

Resultado: X=4, Y=2.

(excluye 3/2 y 1/2 porque no son enteros).





- **labeling(L)** proporciona el mecanismo estándar de búsqueda y propagación en cualquier lenguaje de resolución de problemas de satisfacción de restricciones:

Para una lista de variables L:

- Se selecciona una variable X de L.
- Se instancia a un valor de su dominio (indomain(X)).
- Se realiza una búsqueda con backtracking.

- **alldifferent(X)** se asegura de que todas las variables de una lista toman valores diferentes:

alldifferent(L):-

```
(fromto(L,[X|Tail],Tail,[]) do
  (foreach(Y,Tail), param(X) do
    X#\=Y)).
```



**:-lib(ic).**

sendmore(Digits) :-

**% Variables y dominios**

Digits = [S,E,N,D,M,O,R,Y],

Digits :: [0..9],

**% Especificación de restricciones**

**alldifferent(Digits),**

S #\= 0,

M #\= 0,

1000\*S + 100\*E + 10\*N + D  
+ 1000\*M + 100\*O + 10\*R + E

**#=** 10000\*M + 1000\*O  
+ 100\*N + 10\*E + Y,

**% Búsqueda de soluciones**

**(foreach(Var,Digits) do**  
**indomain(Var)).**

**SEND**

**+MORE**

**MONEY**

Variables: [S,E,N,D,M,O,R,Y]

Dominios: [0..9]

Restricciones:

1000\*S+100\*E+10\*N+D  
+1000\*M+100\*O+10\*R+E =  
10000\*M +1000\*O+100\*N+10\*E+Y

S y M <> 0

28 desigualdades X<>Y,  
para todo X,Y diferentes



# ECLiPSe Ejemplo: Criptoaritmética



**:-lib(ic).**

sendmore(Digits) :-

**% Variables y dominios**

Digits = [S,E,N,D,M,O,R,Y],

Digits :: [0..9],

**% Especificación de restricciones**

**alldifferent(Digits),**

S #\= 0,

M #\= 0,

1000\*S + 100\*E + 10\*N + D  
+ 1000\*M + 100\*O + 10\*R + E

**#=** 10000\*M + 1000\*O  
+ 100\*N + 10\*E + Y,

**% Búsqueda de soluciones**

**labeling(Digits).**

**SEND**

**+MORE**

**MONEY**

Variables: [S,E,N,D,M,O,R,Y]

Dominios: [0..9]

Restricciones:

$$\begin{aligned} &1000*S+100*E+10*N+D \\ &+1000*M+100*O+10*R+E = \\ &10000*M +1000*O+100*N+10*E+Y \end{aligned}$$

$$S \text{ y } M \neq 0$$

28 desigualdades  $X \neq Y$ ,  
para todo  $X, Y$  diferentes



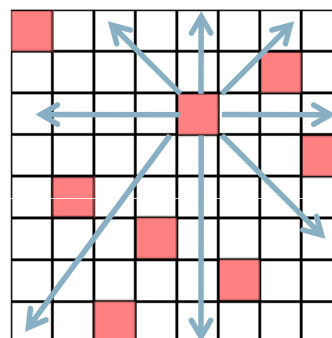
# ECLiPSe El problema de las N reinas



## Problema

Situar  $n$  reinas

- en un tablero de  $n \times n$
- de forma que no se ataquen mutuamente



NOTA: Una reina ataca a todas las celdas en dirección horizontal, vertical y diagonal.



## Problema

Situar n reinas

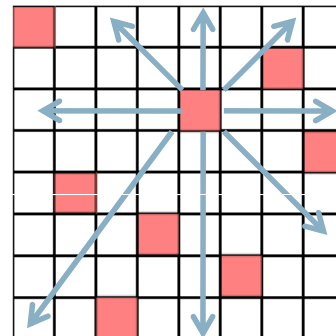
- en un tablero de  $n \times n$
- de forma que no se ataquen mutuamente

**Variables:**  $X_1, \dots, X_n$

$X_i = j$  establece la fila  $j$  en que se coloca la reina en la columna  $i$ .

**Restricciones:**

- $X_i = [1..N]$ ,
- $X_i \neq X_j, i < j$
- $X_i \neq X_j + j - i$
- $X_i \neq X_j + i - j$



NOTA: Una reina ataca a todas las celdas en dirección horizontal, vertical y diagonal.



**`:-lib(suspend).`**

```
queens(Xs,Number) :-
    dim(Xs,[Number]),
    restricciones(Xs,Number),
    busqueda(Xs,Number).
restricciones(Xs,Number):-
    (for(I,1,Number),
     param(Xs,Number) do
     Xs[I]:: 1..Number,
     (for(J,1,I-1), param(I,Xs) do
      Xs[I] $ \= Xs[J],
      Xs[I] - Xs[J] $ \= I-J,
      Xs[I] - Xs[J] $ \= J-I
     )
    ).
```

% Búsqueda sin información  
% usando backtracking

```
busqueda(Xs,N):-
    (foreach(lem(Col,Xs),
     param(N)
     do select_val(1,N,Col)).
```

```
select_val(Min,Max,Val) :-
    Min =< Max, Val is Min.
select_val(Min,Max,Val) :-
    Min < Max, Min1 is Min+1,
    select_val(Min1,Max,Val).
```



# ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

```
nqueens(N,Xs):-
  dim(Xs,[N]),
  Xs[1..N]::1..N,
  alldifferent(Xs[1..N]),
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),
  labeling(Xs[1..N]).
```

% Propagación de restricciones

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	█	█	█	█	█	█	█	█
2	█	█	█	█	█	█	█	█
3	█	█	█	█	█	█	█	█
4	█	█	█	█	█	█	█	█
5	█	█	█	█	█	█	█	█
6	█	█	█	█	█	█	█	█
7	█	█	█	█	█	█	█	█
8	█	█	█	█	█	█	█	█

Estadio inicial



# ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

```
nqueens(N,Xs):-
  dim(Xs,[N]),
  Xs[1..N]::1..N,
  alldifferent(Xs[1..N]),
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),
  labeling(Xs[1..N]).
```

% Propagación de restricciones

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	█	█	█	█	█	█	█	█
2	█	█	█	█	█	█	█	█
3	█	█	█	█	█	█	█	█
4	█	█	█	█	█	█	█	█
5	█	█	█	█	█	█	█	█
6	█	█	█	█	█	█	█	█
7	█	█	█	█	█	█	█	█
8	█	█	█	█	█	█	█	█

Propagación de restricciones sobre filas, columnas y diagonales:  
Al asignar un valor a X1 (rojo), se prohíben los valores incompatibles con las restricciones asociadas a X1 (azul).

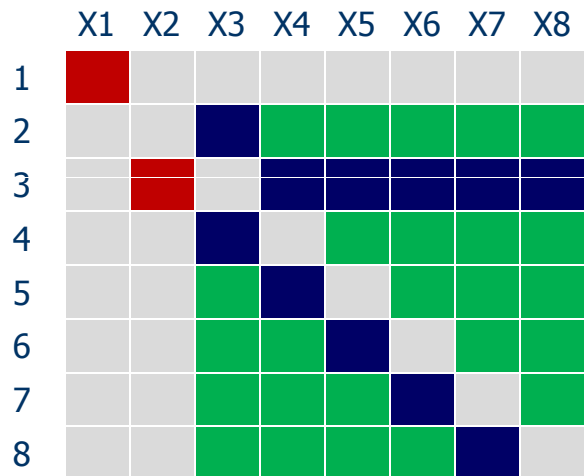


# ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

% Propagación de restricciones

```
nqueens(N,Xs):-
  dim(Xs,[N]),
  Xs[1..N]::1..N,
  alldifferent(Xs[1..N]),
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),
  labeling(Xs[1..N]).
```



Propagación de restricciones sobre filas, columnas y diagonales:  
El dominio de X2 pasó a ser [3..8], se prueba con 3 y se propagan las restricciones asociadas a este valor de X2.

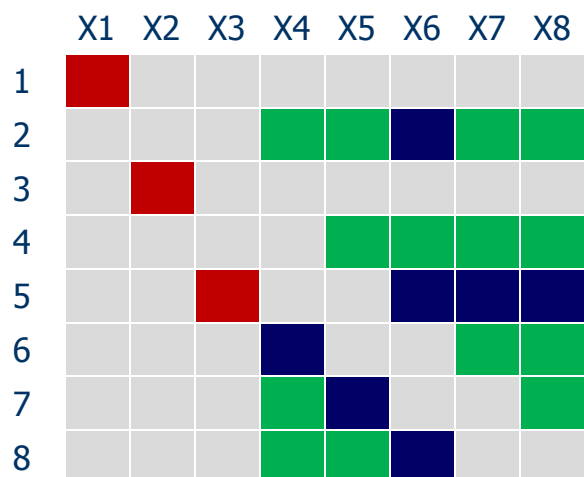


# ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

% Propagación de restricciones

```
nqueens(N,Xs):-
  dim(Xs,[N]),
  Xs[1..N]::1..N,
  alldifferent(Xs[1..N]),
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),
  labeling(Xs[1..N]).
```



Propagación de restricciones sobre filas, columnas y diagonales:  
X3::[5..8]. Obsérvese que X6 tiene un único valor posible, pero en la búsqueda con labeling no nos aprovechamos de ello.



# ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

% Propagación de restricciones

```
nqueens(N,Xs):-  
  dim(Xs,[N]),  
  Xs[1..N]::1..N,  
  alldifferent(Xs[1..N]),  
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do  
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do  
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,  
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),  
  labeling(Xs[1..N]).
```

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	Red							
2				Red	Dark Blue		Dark Blue	Dark Blue
3		Red						
4					Green	Dark Blue	Green	Green
5			Red					
6							Green	Dark Blue
7								Green
8					Green			

Propagación de restricciones sobre filas, columnas y diagonales:  
Al poner  $X_4=2$ ,  $X_6$  se queda sin valores posibles => backtracking.



# ECLiPSe Estrategias de búsqueda

- **labeling(L)** selecciona las variables por el orden en el que aparecen en el programa y selecciona sus valores de menor a mayor.
- ECLiPSe nos permite utilizar heurísticas para la selección de variables y valores, lo que nos permite alterar el orden de elección (puntos de decisión) y resolver problemas de una forma más eficiente, p.ej.
  - Primero las variables con un dominio más reducido (reduce el número de nodos internos del árbol de búsqueda).
  - Primero los valores centrales (para aplicar más restricciones).



# ECLiPSe Estrategias de búsqueda

- El predicado **search/6**, incluido en la biblioteca **ic**, nos proporciona distintas estrategias de búsqueda:  
**search(L,0,select\_var,select\_val,método,opcional)**
  - L Lista de variables (pueden ser otras estructuras)
  - 0 si L es una lista de variables (sólo veremos lista)
  - Selección de variable: first\_fail, input\_order, occurrence...
  - Selección de valor: indomain, indomain-middle,...
  - Método de búsqueda: complete, incomplete, user-defined
  - Argumentos opcionales: contar backtrackings - backtrack(N), ...
- labeling(L)** se puede expresar como  
**search(L,0,input\_order,indomain,complete,[])**



## ECLiPSe El problema de las N reinas

**:-lib(ic).**

```
nqueens(N,Xs):-  
  dim(Xs,[N]),  
  Xs[1..N]::1..N,  
  alldifferent(Xs[1..N]),  
  (for(I,1,N-1), param(Xs,N) do  
    (for(J,I+1,N), param(Xs,I) do  
      Xs[I] #\= Xs[J] + I-J,  
      Xs[I] #\= Xs[J] + J-I)),  
  search(Xs[1..N],  
    0,input_order,indomain,  
    complete,[backtrack(B)),  
  write("Número backtrackings: "),  
  writeln(B).
```

Estrategia de búsqueda	B
<b>Para N=16</b>	
search(Xs[1..N], 0, <b>input_order</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	542
search(Xs[1..N], 0, <b>first_fail</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	3
search(Xs[1..N], 0, <b>occurrence</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	542
search(Xs[1..N], 0, <b>most_constrained</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	3
<b>Para N=160</b>	
search(Xs[1..N], 0, <b>most_constrained</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	3
search(Xs[1..N], 0, <b>occurrence</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	--
search(Xs[1..N], 0, <b>first_fail</b> , indomain, complete, [backtrack(B)])	0

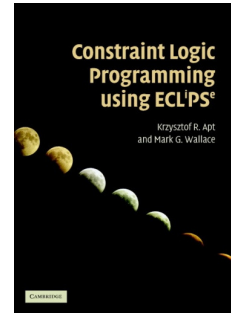




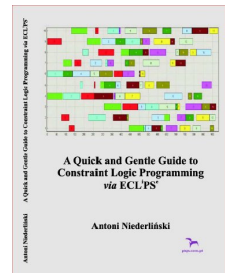
# Bibliografía



- Krzysztof Apt & Mark Wallace:  
**Constraint Logic Programming using ECLiPS<sup>e</sup>**,  
Cambridge University Press, 2006.  
ISBN 978-0-521-86628-6



- Antoni Niederliński:  
**A Quick and Gentle Guide to Constraint Logic Programming via ECLiPS<sup>e</sup>**, pkjs.com.pl, 2011.  
ISBN 978-83-62652-08-2  
<http://www.anclp.pl/>

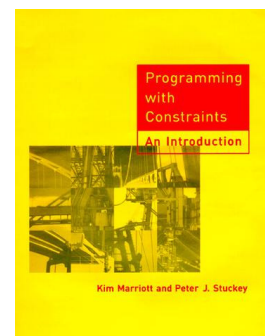


# Bibliografía



## Bibliografía complementaria

- Kim Marriott & Peter J. Stuckey:  
**Programming with Constraints. An Introduction**, MIT Press, 1998.  
ISBN 0-262-13341-5



- William F. Clocksin & Christopher S. Mellish:  
**Programming in Prolog**, Springer, 5<sup>th</sup> edition, 2003.  
ISBN 3-540-00678-8

